ICS 17.120.10, 27.010

VDI-RICHTLINIEN

September 2012

VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE

Bilanzgerechte Mittelung inhomogener Strömungsfelder
Einführung

Balance-based averaging of inhomogeneous flow fields
Introduction

VDI 4675

Blatt 1 / Part 1

Ausg. deutsch/englisch
Issue German/English

Frühere Ausgabe: 06.06
Former edition: 06/06

Zu beziehen durch / Available at Beuth Verlag GmbH, 10772 Berlin – Alle Rechte vorbehalten / All rights reserved © Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf 2012

Die deutsche Version dieser Richtlinie ist verbindlich.

The German version of this guideline shall be taken as authoritative. No guarantee can be given with respect to the English translation.

Inhalt Seite

Vorbemerkung 2
Einleitung 2
1 Anwendungsbereich 5
2 Formelzeichen und Indizes 6
3 Ansätze üblicher Mittelungsverfahren 8
3.1 Zeitliche Mittelungen für ein Fluidelement 9
3.2 Räumlich-zeitliche Mittelungen für ein Kontrollvolumen 14
4 Bilanzgerechte Mittelung inhomogener Strömungsfelder 24
4.1 Instationäre, phasenstarr gemittelte integrale Bilanzgleichungen in Flussdarstellung 25
4.2 Ersatz der instationären, phasenstarr gemittelten Flüsse durch eine Querschnittsfläche mit mittleren Feldgrößen und entsprechende Kennzahlen 28
4.3 Beispiel für die Anwendung der gemittelten Feldgrößen 33
5 Anwendung der zeitlichen Mittelung auf ein Querschnittselement 35
5.1 Turbulent-instationäre, inkompressible Strömung und Vergleich mit Reynoldsmittelung 35
5.2 Periodisch-instationäre, inkompressible, laminare Strömung. 37

Contents Page

Preliminary note 2
Introduction 2
1 Scope 5
2 Symbols and indices 6
3 Approaches used in customary averaging methods 8
3.1 Temporal averaging for a fluid element . . . 9
3.2 Spatiotemporal averaging for a control volume. 14
4 Balance-based averaging of inhomogeneous flow fields 24
4.1 Unsteady, phase-lock-averaged integral balance equations in flux form 25
4.2 Substitution of unsteady, phase-lock-averaged fluxes through a cross-sectional area by averaged field quantities and corresponding numbers 28
4.3 Example for application of averaged field quantities. 33
5 Application of temporal averaging to a cross-sectional element 35
5.1 Turbulent-unsteady, incompressible flow and comparison with Reynolds averaging. .35
5.2 Periodically unsteady, incompressible and laminar flow 37

Vervielfältigung – auch für innerbetriebliche Zwecke – nicht gestattet / Reproduction – even for internal use – not permitted

VDI-Gesellschaft Energie- und Umwelt (GEU)

Fachbereich Energiewandlung und -anwendung

VDI-Handbuch Energietechnik

 Alle Rechte vorbehalten © Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf 2012

Seite

6 Anwendung der räumlichen Mittelung auf eine Querschnittsfläche 38
6.1 Stationäre, inkompressible, laminare Scherströmung 38
6.2 Stationäre, inkompressible, laminare Rohrströmung. 41
6.3 Stationäre, reibungsfreie, kompressible Drallströmung durch einen axialen Ringraum (Beltramiströmung) 44

7 Anwendung auf ein inhomogen durchströmtes Kontrollvolumen 46
7.1 Laminare, inkompressible Strömung in einem Kanalstutzen mit eingebautem gleichrichtenden Sieb. 46
7.2 Inhomogene, inkompressible Strömung durch einen Carnot-Diffusor 47

8 Schlussfolgerungen und Ausblick 50

Anhang Der Begriff der Dyname oder Kraftschraube nach *Szabo* 51

Schrifttum 54

Page

6 Application of spatial averaging to a cross-sectional area 38
6.1 Steady laminar incompressible shear flow 38
6.2 Steady laminar incompressible pipe flow 41
6.3 Stationary, inviscid, compressible swirl flow through an axial annular space (Beltrami flow) 44

7 Application to a control volume with an inhomogeneous throughflow 46
7.1 Laminar incompressible flow in a duct fitting with integrated flow-equalizing sieve. 46
7.2 Inhomogeneous, incompressible flow through a Carnot diffuser. 47

8 Conclusions and outlook 50

Annex The concept of the wrench according to *Szabo* 51

Bibliography 54

Vorbemerkung

Der Inhalt dieser Richtlinie ist entstanden unter Beachtung der Vorgaben und Empfehlungen der Richtlinie VDI 1000.

Alle Rechte, insbesondere die des Nachdrucks, der Fotokopie, der elektronischen Verwendung und der Übersetzung, jeweils auszugsweise oder vollständig, sind vorbehalten.

Die Nutzung dieser VDI-Richtlinie ist unter Wahrung des Urheberrechts und unter Beachtung der Lizenzbedingungen (www.vdi-richtlinien.de), die in den VDI-Merkblättern geregelt sind, möglich.

Allen, die ehrenamtlich an der Erarbeitung dieser VDI-Richtlinie mitgewirkt haben, sei gedankt.

Eine Liste der aktuell verfügbaren Blätter dieser Richtlinienreihe ist im Internet abrufbar unter www.vdi.de/4675.

Einleitung

Die vorliegende Richtlinie hat das Ziel, ein Vorgehen zu beschreiben, mit dem inhomogene Strömungsfelder mithilfe der konservativen und nicht konservativen Bilanzgleichungen der Strömungsmechanik und Thermodynamik so gemittelt werden, dass dem Mittelungsprozess unterzogene Feldgrößen Werte an-

Preliminary note

The content of this guideline has been developed in strict accordance with the requirements and recommendations of the guideline VDI 1000.

All rights are reserved, including those of reprinting, reproduction (photocopying, micro copying), storage in data processing systems and translation, either of the full text or of extracts.

The use of this guideline without infringement of copyright is permitted subject to the licensing conditions specified in the VDI Notices (www.vdi-richtlinien.de).

We wish to express our gratitude to all honorary contributors to this guideline.

A catalogue of all available parts of this series of guidelines can be accessed on the internet at www.vdi.de/4675.

Introduction

The aim of the present guideline is to describe a method by which inhomogeneous flow fields can be averaged with the aid of the conservation and non-conservation balance equations of fluid mechanics and of thermodynamics in such a way that the field quantities subjected to the averaging process assume

All rights reserved © Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf 2012

nehmen, die unter Betrachtung des Gesamtsystems mit allen Prinzipien der physikalischen Bilanzierung verträglich sind. Dabei lässt sich die vorliegende Methode unabhängig von den Geometrien begrenzender Kontrollflächen und -volumina sowohl bei zeitlich als auch bei räumlich inhomogenen Strömungsfeldern anwenden.

In der Physik der festen und fluiden Medien nimmt die technische Mechanik ihren Ausgang durch das 17. Jahrhundert hindurch von der eindimensionalen Punktmechanik hin zur mehrdimensionalen Kontinuumsmechanik. Bis in die Mitte des 20. Jahrhunderts bietet die Ingenieursmathematik weitgehend integrale Lösungen auf der Grundlage der Funktionentheorie, da diese mit den zeitgenössischen Werkzeugen unter einschränkenden Annahmen zu technisch verwendbaren Ergebnissen führt (z.B. greensche Funktionen für Potenzialfelder).

Mit der Zugänglichkeit zu Rechenanlagen großer Speicherkapazität und Rechengeschwindigkeit verlagern sich die Aktivitäten zunehmend auf die numerische Lösung partieller Differenzialgleichungen in diskretisierten Rechenräumen.

Frühe Differenzenverfahren lösen die Laplace-Gleichung und Poisson-Gleichung für Potenzialströmungsfelder und die Fourier-Gleichung für die Wärmeleitung. Dabei empfindet der Anwender als störend, dass, je nach Feinheit der Auflösung, mehr oder weniger große Restbeträge in den konservativen Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Totalenergie auftreten.

Um das System von beschreibenden Bilanzgleichungen für technische Anwendungen im physikalischen Sinne möglichst konsistent zu formulieren, legen die Rechenverfahren der vergangenen 20 Jahre weitgehend Wert auf die konservative Form (Finite-Kontrollvolumen-Verfahren) der diskretisierten Gleichungen. So haben sich Differenzenverfahren in der Form von Finite-Volumen-Verfahren für Strömungen durchgesetzt, die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Totalenergie mit mehr oder weniger hoher Genauigkeit lösen, je nachdem, wie hoch der Diskretisierungsaufwand betrieben wird.

Analog zu mit unterschiedlicher Auflösung berechneten Strömungsfeldern bietet auch die Messtechnik zunehmend Möglichkeiten, inhomogene Strömungsfelder verfeinert aufzulösen. Beispiele für diese Entwicklung sind die integrale Wiedergabe des Massenflusses mit Drosselgeräten gegenüber hochfrequenter zeitlicher Auflösung von Strömungsschwankungen mit Hitzdrahtanemometern oder Piezo-Druckaufnehmern, die eine Auswertung nach den hier vorgestellten Prinzipien ermöglichen.

values which are compatible with all principles of physical balancing when the system as a whole is taken into account. The present method can be applied independently of the geometries of bounding control surfaces and volumes not only with temporally but also with spatially inhomogeneous flow fields.

In the physics of solid and fluids, engineering mechanics developed through the 17th century from point mechanics to multidimensional continuum mechanics. Up until the middle of the 20th century, technical mathematics offered largely integral solutions based on the theory of functions since, with the tools available at the time and the restrictive assumptions then in force, this delivered results which could be used by the engineers (for example, Green's functions for potential fields).

With the coming of computers with large memory capacities and high processing speeds, activity has tincreasingly shifted to solving partial differential equations by numerical means in discretised computational domains.

Early difference methods solve Laplace's equation and Poisson's equation for potential flow fields and the Fourier equation for thermal conduction. What is perceived as problematic here by the user is that, depending on the fineness of the resolution, larger or smaller residues occur in the balance of the flows for mass, linear momentum, angular momentum and total enthalpy.

In order to achieve a formulation of the system of governing balance equations for engineering applications which is as consistent as possible in the physical sense, the computational methods of the past twenty years have mostly set great store by the conservation form (finite control volume method) of the discretised equations. In this way, difference methods have prevailed in the form of finite-volume methods for flows. These solve the balances for inhomogeneous mass, linear momentum and total enthalpy flows with greater or less precision, depending on the level to which discretisation is taken.

Analogously to flow fields calculated with different levels of resolution, even measurement technology is increasingly offering ways of achieving a finer resolution of inhomogeneous flow fields. Examples of this development include the integral reproduction of mass flow with pressure differential devices in contrast to the high-frequency temporal resolution of flow variations by means of hot-wire anemometers or piezoelectric pressure transducers which allow an evaluation by the principles presented in this guideline.

 Alle Rechte vorbehalten © Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf 2012

Die Bandbreite unterschiedlicher Schwankungen physikalischer Größen, die heute durch numerische Rechnungen und Experimente erfasst werden, wirft bei der Bildung mittlerer Feldgrößen das Problem der Verträglichkeit des Systems von Bilanzgleichungen für die inhomogenen Strömungsfelder auf. So trifft dieser Umstand bei instationär gerechneten turbulenten Strömungen auf die integrierende Wirkung von Turbulenzmodellen zu, die Einflüsse gemittelter Schwankungen wiedergeben sollen, wobei hier die Turbulenz nur aus probabilistischen Schwankungen im kleinen Zeitskalenbereich besteht.

Auch beim Übergang von einem zwei- oder dreidimensional beschriebenen Strömungsfeld auf ein eindimensional dargestelltes werden normalerweise die konservativen Bilanzgleichungen für Masse, Impuls, Impulsmoment und Totalenergie bei der Bildung mittlerer Feldgrößen nicht gleichzeitig erfüllt. Hierzu sind durch das 20. Jahrhundert hindurch Gedanken hervorgebracht worden, die sich unter anderem auf die statistische Betrachtung mathematischer Störansätze und deren Mittelung (siehe z.B. [7]) zurückführen lassen oder sich auf Korrekturfaktormodelle stützen [8].

Mangels bisher bekannter Möglichkeiten, eine gesamthafte Lösung der Strömungsphänomene herbeizuführen, haben sich für technische Auslegungen Verfahren entwickelt, die idealisierte Rechenansätze für verlustlose Bedingungen durch behelfsmäßige Ansätze für Reibungsverluste und Diffusion ergänzen. Dabei können sowohl stochastische Einflüsse, wie Turbulenz, als auch deterministische und periodische Störungen (z.B. Turbomaschinen-Schaufelnachläufe) berücksichtigt werden. Beispiele für dieses Vorgehen lassen sich finden

- in der Grenzschichtberechnung über die Modellvorstellungen der Verdrängungs-, Impulsverlust- und Energieverlustdicke (z.B. [9; 10]),
- in den Beiwerten für Widerstand, Totaldruckabnahme und damit Entropiezunahme durch Verlusteinflüsse in einem sonst reibungsfreien Gleichungsansatz für die Feldberechnung [11] und
- in Modellen effektiver Viskosität für den Einfluss turbulenter Diffusion [12; 13].

Während des 20. Jahrhunderts entsteht die überwiegende Zahl von Strömungsmaschinen auf der Grundlage dieser Modellvorstellungen, dass eine reibungsfreie Strömung, korrigiert mit örtlich eingebrachten Verlustmechanismen, iterativ berechnet wird. Die vorliegende Richtlinie stellt auch diese Modellvorstellungen auf eine mathematisch-physikalische Basis.

As regards averaging of field quantities, the bandwidth of the various fluctuations of physical quantities which can be covered today by numerical calculation and experiments poses the problem of the compatibility of the system of balance equations for the inhomogeneous flow fields. In the case of turbulent flows calculated for the unsteady state, this circumstance affects the integrating effect of turbulence models which are intended to reproduce the influences of averaged fluctuations (although here the turbulence only consists of probabilistic fluctuations within a small range on the temporal scale).

Even in the case of the transition from a two- or three-dimensional description of a flow field to one reproduced in a single dimension, the conservation equations of the flows of mass, linear momentum, angular momentum and total energy are not normally achieved simultaneously in the calculation of averaged field quantities. In this connection, concepts have emerged throughout the 20th century which can be derived from, among other things, the statistical examination of mathematical perturbation methods and the averaging of these (see [7], for example) or which base themselves on correction factor models [8].

In the absence of the previously well-known ways of obtaining an overall solution for flow phenomena, procedures have been developed for engineering design purposes which supplement idealized calculation methods for loss free conditions with makeshift approaches covering friction losses and diffusion. Here it is possible to take into account not only stochastic influences such as turbulence but also deterministic and periodic disturbances (such as the wakes behind turbomachinery blades and vanes, for example). Examples of this procedure may be found

- in boundary layer calculation using the model concepts of displacement, momentum loss and energy loss thickness (for example, [9; 10]),
- in the coefficients for resistance, total pressure drop and thus the increase in entropy due to the effect of losses in an otherwise frictionless formulation for an equation used for field calculation [11], and
- in models of effective viscosity for the influence of turbulent diffusion [12; 13].

During the 20th century the great majority of turbomachines were based on these models in which an inviscid flow is iteratively calculated, being corrected by means of locally applied loss mechanisms. The present guideline puts even these kinds of model on a mathematical-physical basis.

All rights reserved © Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf 2012

1 Anwendungsbereich

Einerseits erlaubt die Weiterentwicklung von Mess- und Rechenverfahren für inhomogene Strömungsfelder zeitlich und räumlich veränderliche Strömungsprozesse besser zu verstehen und daraus Konsequenzen für den Entwurf der beteiligten Maschinen und Apparate zu ziehen. Andererseits müssen zur globalen Beurteilung der Strömung in Kraft- und Arbeitsmaschinen oder in verfahrenstechnischen Anlagen die inhomogenen Felder für Geschwindigkeitsvektor, Druck, Enthalpie usw. in mittleren Feldgrößen und entsprechende Kennzahlen zusammengefasst werden. Dies ist beispielsweise im Zusammenhang mit Strömungsanalysen und Abnahmemessungen unabdingbar.

Üblicherweise werden Bilanzgleichungen angewendet, um aus Rechen- oder Messgrößen globale Beurteilungsgrößen zu gewinnen. Sollen mittlere Feldgrößen an Stelle der zeitlichen und räumlichen Verteilungen in die Bilanzgleichungen eingesetzt werden, so werden diese vorteilhaft direkt aus den Bilanzgleichungen gebildet. Derartige „bilanzgerecht“ gemittelte Feldgrößen und entsprechende Kennzahlen bilden den Gegenstand der vorliegenden Richtlinie.

Allerdings müssen dabei, wie zu zeigen sein wird, mehr Bilanzgleichungen und thermodynamische Verknüpfungen eingehalten werden als bei der Bildung der einzelnen mittleren Feldgrößen berücksichtigt werden können. Je nach Auswahl der zur Mittelung herangezogenen Bilanzgleichungen würden sich unterschiedliche mittlere Feldgrößen ergeben. Allein die Vorschrift, anhand der Bilanzgleichungen zu mitteln, würde also zu keiner eindeutigen und einheitlichen Mittelungsprozedur führen. Diese wird hier durch die zu beschreibende Zweiteilung in konservative und nicht konservative Bilanzgleichungen mit den ihnen entsprechenden mittleren Feldgrößen erreicht werden.

Aus den in der Literatur aufgeführten Verfahren liegt dieser Richtlinie die bilanzgerechte Mittelung (balance-based averaging) nach *Kreitmeier* [1 bis 6] zugrunde. In andere existierende Richtlinien sind an Einzelvorgängen orientierte Mittelungsvorschriften eingeflossen:

DIN 1943	Wärmetechnische Abnahmeversuche an Dampfturbinen
DIN EN 14705	Wärmeaustauscher; Verfahren zur Messung und Bewertung der wärmetechnischen Leistungskenndaten von Nasskühltürmen
DIN EN ISO 9906	Kreiselpumpen; Hydraulische Abnahmeprüfung

1 Scope

On one hand the further development of experimental and computational methods for inhomogeneous flow fields is giving a better understanding of temporally and spatially variable flow processes and on this basis allowing to draw conclusions affecting the design of the machines and apparatus involved. On the other hand, before a global evaluation can be made of flow in driving or driven machines or in processing installations, the inhomogeneous fields for velocity vector, pressure, enthalpy, etc. will need to be expressed in averaged field quantities and corresponding numbers. In connection with flow analyses and acceptance measurements, for example, this is indispensable.

Normally use is made of balances in order to obtain global evaluation quantities from calculated or measured quantities. If averaged field quantities are to be substituted in the balances in place of the temporal and spatial distributions, these will be best obtained directly from balances. The present guideline is concerned with these “balance-based” averaged field quantities and numbers.

However, as will be shown, more balances and thermodynamic relationships would need to be satisfied here than can be included in the calculation of the individual averaged field quantities. Depending on which balance equations are selected for averaging, different averaged field quantities would be obtained. Simply requiring that averaging should be carried out by balancing would not of itself therefore result in an unambiguous and uniform averaging procedure. This is achieved here by the described division into conservation and non-conservation balance equations.

Of all the methods listed in the references, the present guideline will be based on balance-based averaging according to *Kreitmeier* [1 to 6]. Averaging techniques oriented towards individual processes have left their mark on other guidelines which are available:

DIN 1943	Thermal acceptance tests of steam turbines
DIN EN 14705	Heat exchangers; Method of measurement and evaluation of thermal performances of wet cooling towers
DIN EN ISO 9906	Rotodynamic pumps; Hydraulic performance acceptance test

 Alle Rechte vorbehalten © Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf 2012

VDI 2045	Abnahme- und Leistungsversuche an Verdichtern
VDI 2048	Messunsicherheiten bei Abnahmemessungen an energie- und kraftwerkstechnischen Anlagen
VDI/VDE 2640	Netzmessungen in Strömungsquerschnitten
VDI 3986	Ermittlung des Wirkungsgrades von konventionellen Kraftwerken

Sie sind im allgemeinen Sinne unvollständig und deshalb teilweise untereinander inkonsistent. Die hier vorgestellte Richtlinie VDI 4675 Blatt 1 empfiehlt deshalb die simultane Anwendung der konservativen und nicht konservativen Bilanzgleichungen, um die physikalischen Vorgänge in experimentell und numerisch ermittelten inhomogenen Strömungsfeldern vollständig und ohne Korrekturfaktoren durch „bilanzgerecht“ gemittelte Feldgrößen zu beschreiben.

Dieses Vorgehen lässt sich auf eine große räumlichzeitliche Bandbreite von Strömungsfeldern anwenden, die von großen Dimensionen im geophysikalischen Bereich (z. B. atmosphärische Strömungen) bis auf die Bewegung kleinster Wirbel in Strömungen kontinuierlicher Medien bei der Dissipation reicht. Im Maschinenbau und in der Verfahrenstechnik erstrecken sich damit die Anwendungen auf alle vorkommenden inhomogenen Strömungsfelder.

VDI 2045	Acceptance and performance tests on turbo compressors and displacement compressors
VDI 2048	Uncertainties of measurements at acceptance tests for energy conversion and power plants
VDI/VDE 2640	Measurement of fluid flow in closed conduits
VDI 3986	Determination of efficiencies of conventional power stations

These are in the general sense incomplete and for this reason sometimes mutually inconsistent. This guideline VDI 4675 Part 1 recommends the simultaneous application of conservation and non-conservation balances which is necessary if the physical processes in flow fields determined experimentally or by calculation are to be described in full and, without using correction factors by means of “balance-based” averaged field quantities.

This method can be used with a wide spatiotemporal range of flow fields extending from the large dimensions found in the geophysical realm (such as atmospheric flows, for example) to the motions of the smallest eddies occurring in the flows of continuous media during dissipation. In the fields of mechanical engineering and process engineering, applications will thus extend to all inhomogeneous flow fields which occur.