

VEREIN  
DEUTSCHER  
INGENIEURE

Entwicklung von Bauteilen  
aus Faser-Kunststoff-Verbund  
Berechnungen  
Development of Fibre-Reinforced  
Plastics components  
Analysis

VDI 2014

Blatt 3 / Part 3

Ausg. deutsch/englisch  
Issue German/English

*Die deutsche Version dieser Richtlinie ist verbindlich.*

*No guarantee can be given with respect to the English translation. The German version of this guideline shall be taken as authoritative.*

Inhalt	Seite	Contents	Page
Vorbemerkung . . . . .	3	Preliminary note . . . . .	3
<b>1 Anwendungsbereich . . . . .</b>	<b>4</b>	<b>1 Scope . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>2 Abkürzungen, Begriffe, Symbole, Indizierung . . . . .</b>	<b>5</b>	<b>2 Abbreviations, terminology, symbols, superscripts and subscripts . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>3 Berechnungsablauf . . . . .</b>	<b>14</b>	<b>3 Analytical procedure . . . . .</b>	<b>14</b>
3.1 Allgemeines . . . . .	14	3.1 General comments . . . . .	14
3.2 Auslegungsphilosophie . . . . .	16	3.2 Design philosophy . . . . .	16
3.3 Berechnungsprogramme . . . . .	17	3.3 Computer programs . . . . .	17
<b>4 Modellierung der Schicht . . . . .</b>	<b>18</b>	<b>4 Modelling the lamina . . . . .</b>	<b>18</b>
4.1 Allgemeines . . . . .	18	4.1 General comments . . . . .	18
4.2 Eben beanspruchte Schicht . . . . .	20	4.2 Two-dimensionally loaded lamina . . . . .	20
4.2.1 UD-Schicht (faserparalleles KOS)	20	4.2.1 UD lamina (parallel-to-fibre COS)	20
4.2.2 G-Schicht und M-Schicht . . . . .	22	4.2.2 WF lamina and M lamina . . . . .	22
4.2.3 Drehung der UD-Schicht in das Laminat-KOS . . . . .	23	4.2.3 Rotation of the UD lamina into the laminate COS . . . . .	23
4.2.4 Berücksichtigung der Schubspannungen aus Querkraft bei UD-Schichten . . . . .	24	4.2.4 Inclusion of shear stresses from transverse forces in case of UD laminae . . . . .	24
4.3 Räumlich beanspruchte Schichten . . . . .	25	4.3 Laminae subject to three-dimensional loading . . . . .	25
4.3.1 Mechanische Beanspruchung (faserparalleles KOS) . . . . .	25	4.3.1 Mechanical loading (parallel-to-fibre COS) . . . . .	25
4.3.2 Mechanische Beanspruchung einer UD-Schicht (gedrehtes KOS) . . . . .	27	4.3.2 Mechanical loading of a UD lamina (rotated COS) . . . . .	27
4.4 Einfluss von Beanspruchungsarten/-dauer . . . . .	28	4.4 Influence of loading type and duration . . . . .	28
4.4.1 Kurzzeitbeanspruchung . . . . .	28	4.4.1 Short-term load . . . . .	28
4.4.2 Ruhende Langzeitbeanspruchung . . . . .	28	4.4.2 Long-term static load . . . . .	28
4.4.3 Schwingbeanspruchung . . . . .	32	4.4.3 Cyclic load . . . . .	32
4.4.4 Stoßbeanspruchung . . . . .	33	4.4.4 Impact load . . . . .	33
4.5 Festigkeitskriterien . . . . .	33	4.5 Strength criteria . . . . .	33
4.5.1 Allgemeines . . . . .	34	4.5.1 General comments . . . . .	34
4.5.2 Bruchbedingungen für UD-Schichten . . . . .	38	4.5.2 Fracture conditions for UD lamina . . . . .	38
4.5.3 G-Schicht . . . . .	46	4.5.3 WF lamina . . . . .	46
4.5.4 M-Schicht . . . . .	47	4.5.4 M lamina . . . . .	47
4.5.5 Einzusetzende Festigkeitswerte . . . . .	48	4.5.5 Strength values to be used . . . . .	48

VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik

VDI-Handbuch Kunststofftechnik  
VDI-Handbuch Konstruktion

	Seite		Page
4.6 Anwendung von Berechnungsprogrammen . . . . .	48	4.6 Application of calculation programs . . . . .	48
4.6.1 UD-Schicht . . . . .	48	4.6.1 UD lamina . . . . .	48
4.6.2 G-Schicht . . . . .	50	4.6.2 WF lamina . . . . .	50
<b>5 Modellierung des Laminates . . . . .</b>	<b>50</b>	<b>5 Modelling the laminate . . . . .</b>	<b>50</b>
5.1 Ermittlung von Spannungen und Verzerrungen . . . . .	51	5.1 Determining stresses and strains. . . . .	51
5.1.1 Netztheorie. . . . .	51	5.1.1 Netting theory . . . . .	51
5.1.2 Klassische Laminattheorie (CLT) . . . . .	57	5.1.2 Classical laminate theory (CLT) . . . . .	57
5.1.3 Interlaminare Spannungen (ILS) . . . . .	63	5.1.3 Interlaminar stresses (ILS) . . . . .	63
5.1.4 Berücksichtigung der Verzerrung aus Schubspannungen durch Querkraft. . . . .	70	5.1.4 Taking into account the strains arising from shear stresses due to transverse forces. . . . .	70
5.1.5 Behandlung von Kerben. . . . .	71	5.1.5 Treatment of notches . . . . .	71
5.2 Schichtenweise Bruchanalyse . . . . .	74	5.2 Lamina-by-lamina fracture analysis . . . . .	74
5.2.1 Grundsätzliche Betrachtungen . . . . .	74	5.2.1 Fundamental aspects . . . . .	74
5.2.2 Nichtlineare Spannungsanalyse vor dem ZFB. . . . .	75	5.2.2 Non-linear stress analysis before IFF. . . . .	75
5.2.3 Kontinuierliche Modulabminderung (Degradation) nach dem ZFB . . . . .	79	5.2.3 Continuous modulus reduction (degradation) after IFF . . . . .	79
5.2.4 Auswirkung von FB . . . . .	83	5.2.4 Effect of FF. . . . .	83
5.2.5 Vereinfachungen und selektive Nachprüfung. . . . .	83	5.2.5 Simplification and selective reviews . . . . .	83
5.2.6 Maßnahmen zur zielgerichteten Verbesserung von Laminaten . . . . .	84	5.2.6 Making specific improvements of laminates. . . . .	84
5.3 Anwendung der schichtenweisen Bruchanalyse für verschiedene Beanspruchungsarten . . . . .	85	5.3 Application of lamina-by-lamina fracture analysis for different types of loading . . . . .	85
5.3.1 Kurzzeitbeanspruchung . . . . .	85	5.3.1 Short term loading . . . . .	85
5.3.2 Langzeitbeanspruchung . . . . .	85	5.3.2 Long term loading . . . . .	85
5.4 Schwingbeanspruchte Laminare . . . . .	91	5.4 Cyclically loaded laminates . . . . .	91
5.4.1 Schädigungsvorgänge . . . . .	91	5.4.1 Fracture processes . . . . .	91
5.4.2 Darstellung von Schwingfestigkeitsergebnissen. . . . .	94	5.4.2 Presentation of fatigue strength results . . . . .	94
5.4.3 Bauteilbelastungsgeschichte. . . . .	98	5.4.3 Component loading history . . . . .	98
5.4.4 Methoden der Schwingfestigkeitsanalyse . . . . .	99	5.4.4 Methods of fatigue strength analysis . . . . .	99
5.4.5 Auslegungshinweise. . . . .	101	5.4.5 Advices for design . . . . .	101
5.5 Anwendung von Berechnungsprogrammen. . . . .	102	5.5 Application of calculation programs . . . . .	102
5.5.1 Laminat-Analyseprogramme . . . . .	100	5.5.1 Laminate analysis programs . . . . .	100
5.5.2 FEM . . . . .	103	5.5.2 FEM. . . . .	103
5.5.3 Berechnung des Streckungsfaktors $f_S^L$ der lastbedingten Spannungen bei gleichzeitig vorhandenen Eigenspannungen. . . . .	104	5.5.3 Calculation of the stretch factor $f_S^L$ of the load-determined stresses when residual stresses are also present . . . . .	104
<b>6 Bauteilberechnung . . . . .</b>	<b>107</b>	<b>6 Analysis of FRP components . . . . .</b>	<b>107</b>
6.1 Allgemeines . . . . .	107	6.1 General comments . . . . .	107
6.2 Stabilitätsberechnungen. . . . .	109	6.2 Stability analyses. . . . .	109
6.2.1 Knicken von Stäben . . . . .	111	6.2.1 Buckling of struts. . . . .	111
6.2.2 Beulung ebener Platten . . . . .	112	6.2.2 Buckling of flat plates . . . . .	112
6.2.3 Beulung zylindrisch gekrümmter Flächenträger . . . . .	115	6.2.3 Buckling of cylindrically curved plates and shells . . . . .	115
6.2.4 Anmerkungen . . . . .	122	6.2.4 Comments . . . . .	122
6.2.5 Berechnungen mit FEM . . . . .	124	6.2.5 Finite element analyses. . . . .	124

Seite	Page
6.3 Verbindungen und Krafteinleitungen . . . . .	6.3 Joints . . . . .
6.3.1 Klebverbindungen . . . . .	6.3.1 Bonded joints . . . . .
6.3.2 Bolzenverbindungen . . . . .	6.3.2 Mechanically fastened joints . . . . .
6.3.3 Schlaufenanschlüsse . . . . .	6.3.3 Loop joints . . . . .
Schrifttum . . . . .	Bibliography . . . . .
<b>Anhang</b> . . . . .	<b>Annex</b> . . . . .
<b>A1</b> Berücksichtigung von nicht auf der Bruchebene wirkenden Spannungen in den wirkebenebezogenen Zwischenfaserbruch-Kriterien nach Abschnitt 4.5 . . . . .	<b>A1</b> Inclusion of stresses not acting on the fracture plane in the action-plane-related inter-fibre fracture criteria described in Section 4.5 . . . . .
<b>A2</b> Berechnung des Streckungsfaktors $f_s^L$ der lastbedingten Spannungen bei gleichzeitig vorhandenen Eigen- spannungen . . . . .	<b>A2</b> Calculation of the stretch factor $f_s^L$ of the load-determined stresses when residual stresses are also present . . . . .
<b>A3</b> Benutzen des in einem Rechenprogramm implementierten Tsai/Wu-Kriteriums zur Erlangung von ZFB- und FB-Ergebnissen nach <i>Puck/Knaust</i> . . . . .	<b>A3</b> Using the Tsai/Wu criterion implemented in a computer program in order to obtain IFF and FF results according to the <i>Puck/Knaust</i> criterion . . . . .

**Vorbemerkung**

Die Richtlinie VDI 2014 enthält Empfehlungen für das Entwickeln von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden (FKV), die aus einzelnen faserverstärkten Schichten bestehen, bei denen Fasern in einer Kunststoff-Matrix eingebettet sind. Auch wenn auf Grund des vorliegenden Erfahrungsschatzes die Gruppe der betrachteten Matrixwerkstoffe dabei auf die „klassischen“ duromeren Kunststoffe wie Epoxid-, Vinylester- und Polyesterharze beschränkt ist, können die vorgestellten Berechnungsmodelle auch auf FKV mit thermoplastischer Matrix angewandt werden, solange das grundsätzliche Werkstoffverhalten vergleichbar bleibt. (Abweichungen des Werkstoffverhaltens sind vor allem beim Bruchgeschehen zu erwarten, weil insbesondere bei geringeren Faservolumenanteilen oder höheren Temperaturen kein ausgeprägtes Spröbruchverhalten zu erwarten ist).

Die Richtlinie will durch Systematisieren und Vereinheitlichen der Bauteilauslegung und -dimensionierung auch die Zulassungsverfahren und die Qualitätssicherung erleichtern. Sie ist in drei Teile gegliedert:

- Blatt 1      Grundlagen
- Blatt 2      Konzeption und Gestaltung
- Blatt 3      Berechnungen**

**Preliminary note**

Guideline VDI 2014 includes recommendations for the design of components made of fibre-reinforced plastics (FRP) which consist of individual fibre-reinforced laminae in which fibres are embedded in a plastic matrix. Even when, due to the fund of experience available, the group of matrix materials coming here into consideration, is restricted to the “classic” thermoset plastics such as epoxy, vinylester and polyester resins, the calculation models presented can also be applied to fibre-reinforced plastics with a thermoplastic matrix provided the basic behaviour of the material remains comparable. (Differences in material behaviour are to be expected above all in fracture behavior, since it is particularly with lower fibre volume contents or higher temperatures that no marked brittle-fracture behaviour would be expected).

By systemizing and standardizing component design and dimensioning, this guideline seeks to make approval procedures and quality assurance easier as well. It is subdivided into three parts:

- Part 1      Basics
- Part 2      Concept and design
- Part 3      Analysis**

## 1 Anwendungsbereich

VDI 2014 Blatt 3 zeigt den Stand der Technik der Berechnungsmethoden zur Entwicklung von FKV-Bauteilen auf. Das Grundprinzip dabei ist, dass das Verhalten des Laminates (Abschnitt 5) auf die Eigenschaften seiner Schichten (Abschnitt 4) zurückgeführt wird. Die Auslegung und das Dimensionieren eines Laminates umfasst die beanspruchungsgerechte Konstruktion des Laminates (Faserrichtungen, Schichtanzahl, Schichtfolge) und die Bestimmung der notwendigen Laminatdicke, zusammengesetzt aus den Dicken der einzelnen Schichten. Die Richtlinie basiert weitgehend auf bereits in der Praxis erprobten und anerkannten Methoden. Dies gilt für VDI 2014 Blatt 3 hinsichtlich der Methoden der Verformungs- und Spannungsberechnung (Abschnitt 4.1 bis Abschnitt 4.3 und Abschnitt 5.1). Für die Festigkeitsberechnung (Abschnitt 4.5 und Abschnitt 5.2) musste dieses Prinzip verlassen werden, da das übliche Vorgehen zumindest in einigen Industriezweigen zu groben Fehleinschätzungen führen kann. Es sind hierzu zum Teil neue Methoden aufgenommen worden, die aber die Erkenntnisse langjähriger Entwicklungspraxis widerspiegeln.

Die in VDI 2014 Blatt 1 und Blatt 2 eingeführten Schichttypen P-ES, G-ES und W-ES werden beibehalten. Deren Bezeichnung musste aber auf Grund der englischen Übersetzung von Blatt 3 in UD-Schicht, G-Schicht und M-Schicht geändert werden. Dabei hat die UD-Schicht für die Entwicklung hochleistungsfähiger Bauteile auf Grund ihrer gestreckten Faseranordnung herausragende Bedeutung. Daher steht die UD-Schicht im Vordergrund der Berechnungsmethoden.

Bei der rechnerischen Dimensionierung von Laminaten und FKV-Bauteilen verbleiben noch Unsicherheiten, z.B. bezüglich der Schwingfestigkeit (Abschnitt 5.4). Hier kann nicht der richtige, sondern nur der zurzeit bestmögliche Weg aufgezeigt werden.

Die hier vorliegende Richtlinie VDI 2014 Blatt 3 befasst sich vorrangig mit der Darstellung der Berechnungsmethoden, erläutert aber an vielen Stellen auch den Zusammenhang zu werkstofflichen Phänomenen.

Das Entwickeln einer für den jeweiligen Industriezweig geeigneten Sicherheits- oder Nachweisphilosophie zum Umgang mit den verbleibenden rechnerischen (und experimentellen!) Unsicherheiten muss in der Verantwortung des Bauteilentwicklers verbleiben.

## 1 Scope

VDI 2014 Part 3 records the state of the art regarding calculation methods for the development of FRP components. Here the basic principle is that the behaviour of the laminate (Section 5) be traced back to the properties of its individual laminae (Section 4). Designing and dimensioning a laminate includes stacking the laminate in such a way as to enable it to cope with the stresses it encounters (fibre orientations, number of laminae, sequence of laminae); it also includes determining the laminate thickness required, which will be the sum of the thickness of the individual laminae. To a very great extent the guideline is based on approved methods which have already been tried and tested in practice and does not therefore necessarily reflect the very latest research findings. In the case of VDI 2014 Part 3 this affects methods used for strain and stress calculation (Sections 4.1 to Section 4.3, and Section 5.1). In the case of strength calculation (Section 4.5 and Section 5.2) this principle had to be abandoned since the usual procedure could result in seriously incorrect estimates, at least in some branches of industry. Here some new methods have been included which do nevertheless reflect what has been learnt during the course of years of design and development work.

The lamina types introduced in VDI 2014 Part 1 and Part 2 – namely, P-ES, G-ES and W-ES – are retained. However, for reasons associated with the translation of Part 3 into English, the terms UD lamina, WF lamina and M lamina are now used instead. Here, due to the straight, non-crimped unidirectional orientation of its fibres, the UD lamina is of outstanding importance in the design of heavy-duty or high-performance components. For this reason the UD lamina occupies a prominent position in the various analytical methods.

Some uncertainties remain, however, in the theoretical dimensioning of laminates and FRP components – one example of this is fatigue strength (Section 5.4). It is therefore not possible to provide a description here of the correct method, but only of the best method available at the present time.

This present VDI 2014 Part 3 concerns itself principally with presenting calculation methods but does nevertheless frequently explain connections with material-related phenomena.

It must remain the responsibility of the component designer to develop a safety- or verification-related strategy for dealing with the remaining calculation (and experimental!) uncertainties and which will suit the requirements of his own branch of industry.