

VEREIN  
DEUTSCHER  
INGENIEURE

Merkmale und Erkennbarkeit von nichtlinearen  
schwingungsfähigen Systemen  
Freie, erzwungene und selbsterregte Schwingungen  
Characteristics and recognition of non-linear  
vibratory systems  
Free, forced and self-excited vibrations

VDI 2060

Ausg. deutsch/englisch  
Issue German/English

Die deutsche Version dieser Richtlinie ist verbindlich.

The German version of this standard shall be taken as authoritative. No guarantee can be given with respect to the English translation.

| Inhalt   | Seite     |
|--|-----------|
| Vorbemerkung.....  | 2         |
| <b>1 Anwendungsbereich.....</b>  | <b>2</b>  |
| <b>2 Begriffe.....</b>   | <b>3</b>  |
| <b>3 Formelzeichen.....</b>  | <b>8</b>  |
| <b>4 Lineares und nichtlineares schwingungsfähiges System.....</b>                   | <b>9</b>  |
| 4.1 Lineares schwingungsfähiges System.....  | 9         |
| 4.2 Nichtlineares schwingungsfähiges System.....                                     | 9         |
| 4.3 Besonderheiten nichtlinearer Kennlinien.....                                     | 10        |
| <b>5 Ursachen von Nichtlinearitäten.....</b>   | <b>11</b> |
| 5.1 Übersicht.....   | 11        |
| 5.2 Geometrische Nichtlinearitäten.....  | 14        |
| 5.3 Nichtlineare Eigenschaften von Werkstoffen ..                                    | 14        |
| 5.4 Nichtlineare Eigenschaften von Bauteilen.....                                    | 22        |
| <b>6 Merkmale und Auswirkungen von Nichtlinearitäten.....</b>                        | <b>31</b> |
| 6.1 Übersicht.....   | 31        |
| 6.2 Auswirkungen von Nichtlinearitäten bei freien Schwingungen (AF).....             | 32        |
| 6.3 Auswirkungen von Nichtlinearitäten bei erzwungenen Schwingungen (AZ).....        | 42        |
| 6.4 Selbsterregung – reiberregte Schwingungen....                                    | 45        |
| <b>7 Schwingungserregung, -messung und -analyse ...</b>                              | <b>46</b> |
| 7.1 Übersicht.....   | 46        |
| 7.2 Schwingungserregung.....   | 46        |
| 7.3 Schwingungsmessung.....  | 48        |
| 7.4 Schwingungsanalyse.....  | 48        |
| <b>8 Erkennen von Nichtlinearitäten aus Messergebnissen.....</b>                     | <b>48</b> |
| 8.1 Übersicht.....   | 48        |
| 8.2 Nichtlinearitäten des Systems bei freien Schwingungen (F).....                   | 49        |
| 8.3 Nichtlinearitäten des Systems bei erzwungenen Schwingungen (Z).....              | 56        |
| <b>9 Begleitende rechnerische Untersuchungen.....</b>                                | <b>64</b> |
| 9.1 Übersicht.....   | 64        |
| 9.2 Linearisierungen.....  | 64        |
| 9.3 Freie und erzwungene Schwingungen.....   | 64        |
| 9.4 Quasieigenfrequenzen.....  | 64        |
| 9.5 Quasieigenschwingungsformen.....   | 65        |
| 9.6 Quasiübertragungsfunktionen (Quasiamplituden- und Quasiphasenfrequenzgänge)..... | 65        |
| Schrifttum.....  | 66        |



| Contents   | Page      |
|--|-----------|
| Preliminary note.....  | 2         |
| <b>1 Scope.....</b>  | <b>2</b>  |
| <b>2 Terms and definitions.....</b>  | <b>3</b>  |
| <b>3 Symbols.....</b>  | <b>8</b>  |
| <b>4 Linear and non-linear oscillatory system.....</b>                               | <b>9</b>  |
| 4.1 Linear oscillatory system.....   | 9         |
| 4.2 Non-linear oscillatory system.....   | 9         |
| 4.3 Special features of non-linear characteristics.....                              | 10        |
| <b>5 Causes of non-linearities.....</b>  | <b>11</b> |
| 5.1 Overview.....  | 11        |
| 5.2 Geometric non-linearities.....   | 14        |
| 5.3 Non-linear properties of materials.....  | 14        |
| 5.4 Non-linear properties of components.....   | 22        |
| <b>6 Characteristics and effects of non-linearities.....</b>                         | <b>31</b> |
| 6.1 Overview.....  | 31        |
| 6.2 Effects of non-linearities with free vibrations (AF).....                        | 32        |
| 6.3 Effects of non-linearities with forced vibrations (AZ).....                      | 42        |
| 6.4 Self-excitation – friction-excited vibrations....                                | 45        |
| <b>7 Vibration excitation, measurement and analysis ...</b>                          | <b>46</b> |
| 7.1 Overview.....  | 46        |
| 7.2 Excitation of vibration.....   | 46        |
| 7.3 Vibration measurement.....   | 48        |
| 7.4 Vibration analysis.....  | 48        |
| <b>8 Detection of non-linearities from measurement results.....</b>                  | <b>48</b> |
| 8.1 Overview.....  | 48        |
| 8.2 Non-linearities in the system with free vibrations (F).....                      | 49        |
| 8.3 Non-linearities in the system with forced vibrations (Z).....                    | 56        |
| <b>9 Concurrent computational analyses.....</b>                                      | <b>64</b> |
| 9.1 Overview.....  | 64        |
| 9.2 Linearizations.....  | 64        |
| 9.3 Free and forced vibrations.....  | 64        |
| 9.4 Quasi-natural frequencies.....   | 64        |
| 9.5 Quasi-normal modes of vibration.....   | 65        |
| 9.6 Quasi-transfer functions (quasi-amplitude response and quasi-phase spectra)..... | 65        |
| Bibliography.....  | 66        |

VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP)

Fachbereich Schwingungstechnik

VDI-Handbuch Schwingungstechnik